



گزینه ۱

۱

مکان اولیه نوسانگر برابر است با:

$$y_0 = 2 \sin \pi \times 0 = 2 \times 0 = 0$$

باید ببینیم اولین جواب معادله $y = 0$ (پس از لحظه $t = 0$) چه لحظه‌ای است.

$$2 \sin \pi t = 0 \Rightarrow \sin \pi t = 0 \Rightarrow \pi t = n\pi \xrightarrow{(n=0,1,2,\dots)} t = n \text{ (s)}$$

$$\begin{cases} n = 0 \Rightarrow t = 0 & \text{غیر قابل قبول} \\ n = 1 \Rightarrow t = 1 & \text{قابل قبول s} \end{cases}$$

گزینه ۱

۲

انرژی مکانیکی نوسانگر طبق رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ ، به دامنه (A) و ثابت فنر وابسته است، چون دامنه ۳ برابر شده و ثابت فنر بدون تغییر است پس انرژی نوسانگر ۹ برابر می‌شود.

توجه: وقتی دوره تناوب (T) و در نتیجه سرعت زاویه‌ای $\omega = \frac{2\pi}{T}$ تغییر می‌کند طبق رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ، m نیز تغییر می‌کند؛ همچنین طبق رابطه $f = \frac{1}{T}$ ، f نیز تغییر می‌کند. بنابراین تغییرات m و f را نیز باید لحاظ کنیم. در این صورت چنانچه از رابطه $E = 2\pi^2 m A^2 f^2$ استفاده کنیم، بعد از لحاظ کردن تغییرات m و f داریم:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{3}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = \frac{1}{3} \times (3)^2 \times (\sqrt{3})^2 = 9$$

هر نوع موج مکانیکی طولی که در محیط منتشر می‌شود، موج صوتی نام دارد. هر جسم مرتعش در هوا، چشمه تولید یک موج صوتی است. وقتی دیافراگم بلندگو به سمت جلو می‌رود، هوای مجاور آن، فشرده و فشار و چگالی آن، نسبت به حالت تعادل، افزایش می‌یابد. این ناحیه پرفشار، تپ متراکمی نام دارد که مثل ناحیه تراکمی ایجاد شده در یک فنر، در فضا پیش می‌رود. با حرکت دیافراگم به سمت عقب، فاصله متوسط مولکول‌های هوا در اطراف آن افزایش می‌یابد و فشار و چگالی هوا در آن منطقه، نسبت به حالت تعادل، کاهش می‌یابد. این ناحیه کم‌فشار "تپ انبساطی" نام دارد که به دنبال تپ تراکمی، در طول لوله به راه می‌افتد.

هر نوسان (رفت و برگشت) چشمه صوتی باعث ایجاد یک لایه پرفشار و یک لایه کم‌فشار محیط می‌شود. بنابراین، بسامد نوسانات منبع برابر تعداد تپ‌های متراکمی (یا تپ‌های انبساطی) است که در واحد زمان تولید و از هر نقطه از محیط انتشار موج عبور می‌کند.

انسان، تنها می‌تواند امواج مکانیکی طولی‌ای را بشنود که بسامد آن‌ها در محدوده 20 Hz تا 20000 Hz هستند. امواج مکانیکی طولی که بسامدشان بیشتر از 20000 Hz است، امواج فراصوت و امواج مکانیکی طولی که بسامدشان کمتر از 20 Hz است، امواج فروصوت می‌نامند. چون در انتشار صوت، ذره‌های هوا در راستای انتشار، نوسان می‌کنند، این موج‌ها طولی هستند.

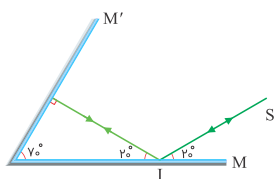
چون عمق تشت موج افزایش یافته پس تندی انتشار موج و نیز طول موج نیز افزایش خواهد یافت که طبق صورت سؤال طول موج و تندی در حالت دوم ۲۰ درصد افزایش یافته است.

$$\lambda_2 = 1/2 \lambda_1 = 1/2 \times 5 = 2.5\text{ dm} = 25\text{ cm} = 0.25\text{ m}, \lambda_1 = 5\text{ dm} = 50\text{ cm} = 0.5\text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= 1/2 v_1 \\ v_2 - v_1 &= 10\text{ cm/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1/2 v_1 - v_1 = 10 \Rightarrow 0.5 v_1 = 10$$

$$v_1 = 20\text{ cm/s} \Rightarrow f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{20\text{ cm/s}}{50\text{ cm}} = 0.4\text{ Hz}$$

باتوجه به شکل زیر، پرتو SI پس از بازتاب از آینه M بر آینه M' عمود می‌شود.



$$\hat{D} = 160^\circ + 20^\circ = 180^\circ$$

بنابراین این پرتو نسبت به پرتو اولیه 180° منحرف می‌شود.

کار نیروی کشسانی فنر برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی آن است:

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} = -(U_2 - U_1)$$

انرژی پتانسیل کشسانی اولیه فنر برابر صفر است، زیرا فنر تغییرات طولی ندارد.

$$U_1 = 0, \quad U_2 = 25 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_{\text{فنر}} = -(25 - 0) = -25 \text{ J}$$

نکته: به دلیل این که در مدت زمان تماس جسم با فنر، فنر نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌کند تا مانع از فشردگی خود شود، بنابراین $\theta = 180^\circ$ است و کار نیروی فنر منفی است.

باتوجه به شکل طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{2}\lambda = 15 \text{ cm} = \lambda = 10 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 0.1 \text{ m}$$

بسامد موج را محاسبه می‌کنیم:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{30}{0.1} = 300 \text{ Hz}$$

موج عرضی در راستای محور x منتشر می‌شود پس نوسانگر در راستای y نوسان می‌کند. باتوجه به اینکه $A = 2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$ است، از معادله $y = A \cos 2\pi f t$ معادله نوسان منبع موج را به دست می‌آوریم.

$$y = 2 \times 10^{-2} \cos 600\pi t$$

در شکل چون زاویه شکست بیشتر از زاویه تابش است پس تندی موج افزایش یافته است. تندی امواج نوری حین ورود از آب به هوا افزایش می‌یابد. تندی امواج صوتی حین ورود از هوا به آب افزایش می‌یابد. پس موارد (د) و (ب) صحیح هستند.

مطابق نمودار داده شده، دامنه A، دو برابر دامنه B است و طول موج B، سه برابر طول موج A است:

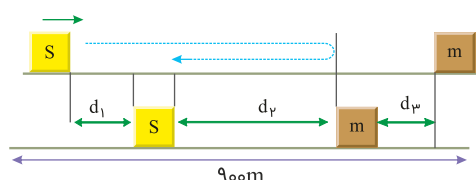
$$\lambda_B = 3\lambda_A, A_A = 2A_B$$

باتوجه به یکسان بودن محیط انتشار دو موج، تندی انتشار آنها یکسان است و باتوجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ داریم:

$$\lambda_B = 3\lambda_A \Rightarrow \frac{v_B}{f_B} = 3\left(\frac{v_A}{f_A}\right) \xrightarrow{v_A=v_B} f_A = 3f_B$$

مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) در یک موج سینوسی برای همه انواع امواج مکانیکی با مربع دامنه (A^2) و نیز مربع بسامد موج (f^2) متناسب است. بنابراین می‌توانیم با استفاده از رابطه $\frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B} = \left(\frac{A_A}{A_B} \times \frac{f_A}{f_B}\right)^2$ نسبت خواسته شده را محاسبه کنیم:

$$\frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B} = \left(\frac{A_A}{A_B} \times \frac{f_A}{f_B}\right)^2 = (2 \times 3)^2 = 36$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{(s) جابه‌جایی منبع صوت: } d_1 = 20t \\ \text{(m) جابه‌جایی مانع: } d_3 = 20t \\ \text{میزان مسافت طی شده توسط صوت: } d_1 + 2d_2 = 300t \end{array} \right\} \begin{array}{l} d_1 + 2d_2 = 300t \Rightarrow 20t + 2d_2 = 300t \Rightarrow d_2 = 140t \end{array}$$

$$d_1 + d_2 + d_3 = 900 \Rightarrow 20t + 140t + 20t = 900 \Rightarrow t = 5s$$

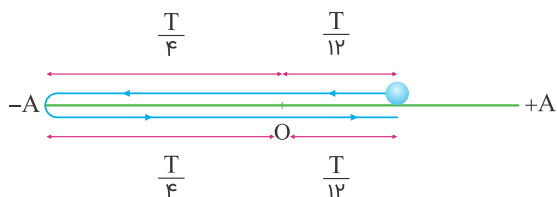
$$\Rightarrow d_1 = 20 \times t = 20 \times 5 = 100m$$

ابتدا در حالت اول، شدت صوت را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \beta &= (10 \text{ dB}) \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 13 = 10 \times \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \\ \Rightarrow 1/3 &= \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 1 + 0/3 = \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \\ \Rightarrow 10 \times 2 &= \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 2 \times 10^{-11} \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

طبق رابطه $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ ، با دو برابر شدن توان منبع صوت، شدت صوت حاصل از آن هم در فاصله معین، دو برابر می‌شود. پس در حالت دوم شدت صوت برابر با $4 \times 10^{-11} \text{ W/m}^2$ خواهد شد.

باتوجه به شکل زیر، مدت زمانی که طول می کشد تا نوسانگر از مکان $+\frac{A}{\sqrt{2}}$ مجدداً به مکان $+\frac{A}{\sqrt{2}}$ برسد برابر است با:



$$t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{4T}{6}$$

از طرفی $t = 0.5$ s است، بنابراین می توان نوشت:

$$t = \frac{4T}{6} \xrightarrow{t=0.5 \text{ s}} 0.5 = \frac{4T}{6} \Rightarrow T = 0.75 \text{ s}$$

با استفاده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ می توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{T + 1/5}{T} = \sqrt{\frac{144 + 25}{144}} \Rightarrow \frac{T + 1/5}{T} = \frac{13}{12} \Rightarrow T = 18 \text{ s}$$

رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ را برای هر دو حالت می نویسیم. با توجه به این رابطه با افزایش جرم، دوره نوسان افزایش می یابد.

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{T_1 + 0.1}{T_1} = \sqrt{\frac{800}{200}} = 2 \Rightarrow T_1 = 0.1 \text{ s}$$

با استفاده دوباره از $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ برای T_1 ، ثابت فنر را به دست می آوریم.

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow 0.1 = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{k}} \Rightarrow \frac{1}{20\pi} = \sqrt{\frac{2}{10k}} \\ \Rightarrow k = 800 \text{ N/m} = 8 \text{ N/cm}$$

گزینه ۱: میدان های الکتریکی و مغناطیسی هم جهت نیستند.

گزینه ۳: میدان های E و B هم اندازه نیستند.

گزینه ۴: مانند گزینه ۱

با حرکت روبه شمال منبع صوت، طول موج در جلوی منبع صوت کمتر از عقب آن می‌شود. بنابراین تجمع جبهه‌های موج در جلوی منبع که با طول موج رابطه وارون دارد بیشتر از تجمع جبهه‌ها در عقب منبع صوت خواهد بود.

در آزمایش تشتت موج، فاصله دو نوار روشن برابر طول موج است. پس $\lambda = 0.2 \text{ m}$ است. طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، تندی انتشار موج در سطح آب را به دست می‌آوریم:

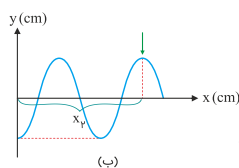
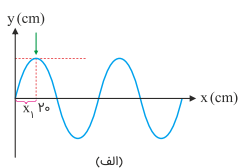
$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.2 = \frac{v}{40} \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$

$$\frac{K}{E} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv_{\max}^2} = \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$K + U = E \Rightarrow \frac{K}{E} + \frac{U}{E} = 1 \Rightarrow \frac{1}{16} + \frac{U}{E} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{U}{E} = \frac{15}{16} \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{\frac{15}{16}}{\frac{1}{16}} = 15$$

با توجه به نمودار پیشروی موج در مدت t_1 تا $t_1 + 0.02 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم. سپس تندی انتشار موج در محیط را حساب می‌کنیم.



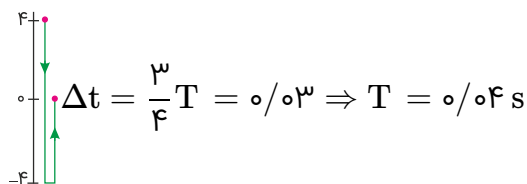
$$\Delta x = x_2 - x_1 = 6 \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} = 5 \frac{\lambda}{4} \xrightarrow{\frac{\lambda}{4} = 0.2 \text{ m}} \Delta x = 1 \text{ m}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{0.02} = 50 \text{ m/s}$$

تندی انتشار موج در طناب از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به دست می‌آید. طبق این رابطه چگالی خطی جرم طناب را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 50 = \sqrt{\frac{400}{\mu}} \Rightarrow \mu = 0.16 \text{ kg/m}^3 = 160 \text{ g/cm}^3$$

باتوجه به نمودار $\frac{7}{4}\lambda = 70 \text{ cm}$ و در نتیجه $\lambda = 40 \text{ cm}$ است.
مسیر حرکت A برای طی کردن مسافت 12 cm مطابق شکل زیر است:



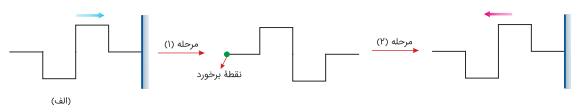
بنابراین داریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow 0.4 = v \times 0.04 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 10 = \sqrt{\frac{F}{200 \times 10^{-3}}} \Rightarrow F = 20 \text{ N}$$

با استفاده از قوانین بازتابش موج بازتابی نسبت به موج فرودی باید وارونه شده و جهت انتشارش عوض شود.

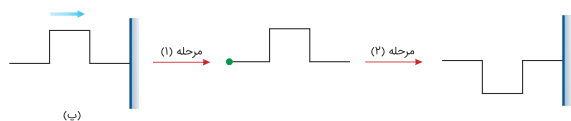
برای رسم بازتاب موج، ابتدا موج را نسبت به نقطه برخورد با مانع به صورت آینه‌ای برعکس می‌کنیم. سپس نسبت به راستای انتشار موج برعکس می‌کنیم.



پس بازتاب در شکل (الف) شبیه موج اولیه است.

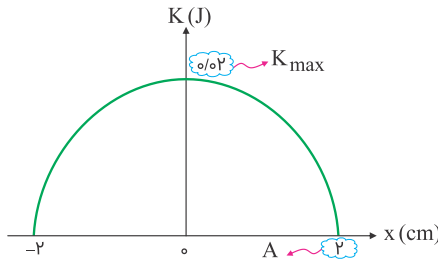


پس بازتاب در شکل (ب) شبیه موج اولیه است.



مشاهده می‌شود که بازتاب در شکل (پ) شبیه موج اولیه نیست.

با توجه به نمودار داده شده، بیشترین مقدار انرژی جنبشی 0.02 J و بیشترین مقدار x برابر با 2 cm است. با استفاده از رابطه $K_{\max} = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ ، سرعت زاویه‌ای و سپس دوره تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} m = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg} \\ A = 0.02 \text{ m} \\ K_{\max} = 0.02 \text{ J} \\ \omega = ? \end{cases}$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow 0.02 = \left(\frac{1}{2}\right)(0.1) \times (0.02)^2 \omega^2$$

$$\Rightarrow \omega = 10\sqrt{10} \text{ (rad/s)} \xrightarrow{\pi \simeq 3.14} \omega = 10\pi \text{ (rad/s)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \text{دوره تناوب: } T = \frac{2\pi}{10} = 0.2 \text{ s}$$

در حالت اول و هنگامی که 30 متر به منبع نزدیک می‌شود، داریم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 = 10 \log \left(\frac{d_1}{d_1 - 30} \right)^2$$

$$\Rightarrow 12 = 10 \log \left(\frac{d_1}{d_1 - 30} \right)^2 \Rightarrow 4 \times 0.3 = 2 \log \frac{d_1}{d_1 - 30}$$

$$\Rightarrow 2 \log 2 = \log \frac{d_1}{d_1 - 30} \Rightarrow \log 4 = \log \frac{d_1}{d_1 - 30}$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{d_1}{d_1 - 30} \Rightarrow 4d_1 - 120 = d_1 \Rightarrow d_1 = 40 \text{ m}$$

برای حالت دوم، فرض می‌کنیم شخص از فاصله 10 متری منبع به فاصله x متری منبع رسیده است. داریم:

$$\beta_3 - \beta_2 = 10 \log \left(\frac{d_2}{d_3} \right)^2 \Rightarrow 12 = 10 \log \left(\frac{10}{x} \right)^2 \Rightarrow 4 \times 0.3 = \log \left(\frac{10}{x} \right)^2$$

$$\Rightarrow 2 \log 2 = \log \frac{10}{x} \Rightarrow \log 4 = \log \frac{10}{x} \Rightarrow x = 2.5 \text{ m}$$

بنابراین شخص باید به اندازه $10 - 2.5 = 7.5$ به منبع نزدیک شود.

$$\begin{cases} t_1 = \frac{L(\text{طول لوله})}{2800} \\ t_2 = \frac{L(\text{طول لوله})}{3500} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{L}{3500} - \frac{L}{2800} = 1/3$$

$$\Rightarrow \frac{8L - L}{2800} = 1/3 \Rightarrow \frac{7L}{2800} = 1/3 \Rightarrow \frac{L}{400} = 1/3 \Rightarrow L = 520 \text{ m}$$

(الف) در حرکت نوسانی ساده، نیروی وارد بر نوسانگر همواره به سمت مرکز نوسان است. (درست)
 (ب) در دامنه نوسان، سرعت نوسانگر صفر است. بنابراین تکانه آن نیز صفر است. (درست)
 (ج) در هر دوره نوسان، نوسانگر دو بار از مرکز نوسان عبور می‌کند، پس بردار مکان دو بار تغییر جهت می‌دهد. (درست)
 (د) در لحظاتی که بردار مکان منفی است، علامت شتاب مثبت است. (نادرست)

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow 2 \leq \sqrt{\frac{g}{L}} \leq 5 \Rightarrow 4 \leq \frac{g}{L} \leq 25$$

$$\Rightarrow \frac{1}{25} \leq \frac{L}{10} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{10}{25} \leq L \leq \frac{10}{4} \Rightarrow 0.4 \leq L \leq 2.5$$

بنابراین اگر طول آونگ در بازه ۴۰ cm تا ۲۵۰ cm باشد دچار تشدید می‌شود پس تمام آونگ‌ها دچار تشدید خواهند شد.

چون جهت نیرو یک بار عوض شده است، پس نوسانگر از مرکز نوسان گذشته است. بنابراین حرکت نوسانگر ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi \text{ (rad/s)}$$

$$k = m\omega^2 = (50 \times 10^{-3}) \times (4\pi)^2 = 5 \times 10^{-2} \times 16\pi^2$$

$$\xrightarrow{\pi^2=10} k = 5 \times 10^{-2} \times 16 \times 10 = 8 \text{ (N/m)}$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 2 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2}k(A_2^2 - A_1^2) = \frac{1}{2} \times 8 \times (A_2^2 - (16 \times 10^{-4}))$$

$$\Rightarrow A_2^2 = \frac{1}{4}(2 \times 10^{-3} + 1/6 \times 10^{-3}) = 0.9 \times 10^{-3} = 9 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A_2 = 3 \text{ cm} \Rightarrow \text{تغییر دامنه} = 1 \text{ cm}$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 25 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 10 \log \frac{I}{I_0} = 2/5$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{2/5} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^2 \times 10^{0/5}$$

$$\Rightarrow I = 10^{-12} \times 10^2 \times 10^{0/5} = 10^{-10} \times \sqrt{10} \text{ (W/m}^2\text{)} \Rightarrow I = 10^{-10} \times 3/15 \text{ (W/m}^2\text{)}$$